

Modèles mathématiques pour l'étude des phénomènes familiaux : us et abus.

Par Bruno Décoret

L'objet de cet article est une réflexion sur les modèles mathématiques utilisés en sciences humaines. Nous nous sommes volontairement limités à notre champ de travail habituel, c'est-à-dire aux études sur la famille. C'est dans ce domaine que nous avons été confrontés à deux types de questionnement.

L'étude des phénomènes familiaux (et plus généralement les sciences humaines) est influencée par l'avancée des sciences exactes, non seulement par les techniques que celles-ci apportent mais aussi par le mode de pensée qu'elles induisent. Deux types de modèles mathématiques sont particulièrement prégnants. Les premiers sont les modèles prédictifs déterministes, ayant comme objectif de prévoir de manière quasi certaine l'avenir d'un système, en fonction de sa position actuelle. Les seconds sont les modèles prédictifs probabilistes, cherchant à donner la probabilité pour que le système évolue vers tel ou tel avenir. Ces modèles ne sont pas toujours utilisés à bon escient. Il nous a paru important de les situer et de prendre position sur ce que nous considérons comme un bon usage, en ajoutant les modèles chaotiques, plus récents

1. Modèles différentiels

Au XVIII^{ème} siècle, une découverte va bouleverser la science mathématique et avoir des conséquences sur tout l'avenir de la science, de la pensée et de la vie. Elle prend son origine dans les travaux de deux savants aussi égaux dans leur génie que différents dans leurs personnes : l'Anglais Isaac Newton et l'Allemand Gottfried Wilhelm Leibniz. Il s'agit du calcul infinitésimal et de ses formes les plus élaborées : le calcul différentiel et le calcul intégral.¹

La motivation était multiple. Il s'agissait d'abord de créer une géométrie qui permette d'étudier les courbes et les surfaces diverses, et non seulement les figures dites « géométriques » de la géométrie grecque classique. Un deuxième objectif, d'ailleurs très lié, nous intéresse beaucoup plus : décrire l'évolution des phénomènes naturels en fonction de leurs conditions à un instant donné. Cette dernière ambition a une portée philosophique puissante puisqu'il s'agit de prédire exactement l'avenir d'un système en fonction de son présent. Si cette prédiction est possible, cela veut dire que ledit système est déterminé.

Les deux aspects sont liés, car la description des phénomènes se fait au moyen de fonctions de la variable « temps », qui peuvent être représentées géométriquement par des courbes. Prédire l'avenir du système revient à prolonger la courbe de la fonction qui le décrit, à partir de quelques données, par exemple un point et la tangente en ce point. Un peu plus élaboré est un exemple à grande portée historique : comment prévoir, par calcul et avec le plus de précision

¹Concernant la polémique sur la paternité effective voir « Qui a inventé le calcul intégral ? » *Les cahiers de Science et Vie*, Hors série n° 38, Avril 1997.

possible, où va tomber un boulet lancé par un canon, avec une force et une inclinaison connues ?

Le calcul infinitésimal va permettre, comme son nom l'indique, d'étudier des « quantités » infiniment petites, et les limites de leurs rapports lorsque l'un se rapproche de zéro. Le calcul différentiel va donner une définition de tangente et un sens à la notion de vitesse instantanée, c'est-à-dire variation de déplacement pendant un « instant », un intervalle de temps infiniment petit. C'est ce qui correspond à la notion mathématique de dérivée, dans la formulation de Newton, et de différentielle dans celle de Leibniz, que les mathématiciens modernes traitent de manière équivalente. De même peut-on définir correctement l'accélération, qui est à la vitesse ce que celle-ci est au mouvement.

Revenons à notre boulet. On montre qu'à partir de deux paramètres - la vitesse de sortie du boulet et l'angle du canon - on peut construire les équations *différentielles* du mouvement.² La résolution de ces deux équations est mathématiquement facile et prouve que la courbe décrite par le boulet est une parabole dont on détermine exactement l'équation et la forme. Le modèle de calcul appliqué balistique précédent est typiquement prédictif : connaissant les paramètres de départ du système, on peut calculer de manière exacte sa position dans le futur.³

A partir de ce point de départ, le calcul différentiel va véritablement envahir la science, et tout d'abord la mécanique, en particulier la mécanique céleste et l'astronomie, qui passionnent l'humanité depuis longtemps. Ceci aboutit à un grand nombre de succès dont la spectaculaire découverte de Neptune par l'astronome français Urbain Le Verrier, qui fut faite non par observation au télescope, mais par un calcul de la perturbation d'autres corps célestes⁴. Les autres sciences physiques vont faire aussi appel au calcul différentiel : la thermodynamique, l'électricité, l'électronique, l'acoustique, l'optique, au point que la plupart des problèmes que se posent ces sciences revient à énoncer les équations différentielles ou aux dérivées partielles qui modélisent l'évolution d'un système.⁵ Il s'agit toujours du même schéma : étant donné un système dont on connaît à l'instant de départ les valeurs des paramètres de position, ainsi que les variations instantanées (dérivée première ou seconde, ce qui correspond à la vitesse ou à l'accélération), décrire les fonctions d'évolution de ce système avec le temps.

Ainsi est née une science prédictive et exacte, dont les fabuleuses réalisations pragmatiques ont assis la légitimité. Or cette science repose surtout sur le formalisme mathématique qu'est le calcul différentiel et intégral, merveilleux outil de prédiction, et motivation féconde pour développer des théories mathématiques. L'invention des ordinateurs permet de résoudre numériquement les équations différentielles et donc de donner vie aux prédictions énoncées par les théories : on lance une fusée Ariane avec un minimum de risque d'échecs.

Dès le XVII^{ème} siècle, le calcul différentiel allait relancer la discussion, très passionnelle, sur le déterminisme. Pierre-Simon Laplace, que l'on appelle « le Newton français », fervent déterministe, affirmait la possibilité de prédire l'évolution de l'univers, pourvu que l'on dispose d'une intelligence suffisamment forte.

Nous devons donc envisager l'état présent de l'Univers comme l'effet de son état antérieur, et comme cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant

² Équations faisant intervenir une fonction et ses dérivées.

³ À condition que le boulet soit « très dense », ce qui permet de négliger l'effet de l'air.

⁴ La planète fut observée par l'astronome allemand Galle, une semaine après la publication de la communication de Le Verrier le 18/09/1846.

⁵ Citons les principales : équation des potentiels, en électrostatique - équation de la chaleur - équation des cordes vibrantes - équation de diffusion des gènes - équation d'évolution de Schrödinger en mécanique quantique - équations de Navier Stokes (non linéaires) en mécanique des fluides...

donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ses données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'Univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. ⁶

Le projet de cet illustre savant - expliquer mathématiquement l'Univers - allait vite s'avérer impossible. Il allait surtout révéler la différence entre déterminisme au sens mathématique du terme et déterminisme physique.⁷ Le premier se résout par des théorèmes d'existence de solutions d'équations différentielles (ou aux dérivées partielles, ou intégro-différentielles), et de tels théorèmes existent dans la plupart des bons cas ; il y a donc prédictibilité puisque l'on sait que les équations en question possèdent une solution unique satisfaisant certaines conditions initiales. Le deuxième dépend de la capacité de résoudre effectivement de telles équations de manière suffisamment précise et stable, afin que des variations petites de conditions initiales ne créent pas de variations trop grandes des résultats. Or il y a une grande différence entre les deux car un théorème d'existence n'implique pas la présence d'un algorithme de calcul réalisable dans la pratique. En outre, les conditions initiales ne *nous sont jamais données avec un degré de précision absolu ; il nous faut donc nous contenter de conditions initiales qui sont, jusqu'à un certain point, imprécises.*⁸ Nous y reviendrons en parlant des modèles chaotiques.

Les succès des sciences reposant sur le calcul différentiel ont sans doute développé une représentation sociale de la prédictibilité scientifique. Le modèle scientifique newtonien (et laplacien) a créé une *vision mécanique du monde*⁹. Les sciences humaines, dans un souci légitime de rigueur, ont donc cherché à être prédictives, autrement dit à prévoir ce qu'il va advenir d'un être humain ou d'un groupe, connaissant sa situation à un moment donné. Il y a deux grands type de prédictibilité : le premier est sociologique : comment prédire l'avenir d'un individu en fonction de ses caractéristiques sociales (déterminants sociaux) ? Le deuxième est psychologique et l'on cherche alors les déterminants individuels qui permettraient de dire ce que va devenir quelqu'un, à partir de certaines caractéristiques de sa personne, portant sur son physique, sa date et son lieu de naissance, divers événements de son enfance.

Le célèbre pédo-psychiatre américain Fitzhugh Dodson intitule un de ses best seller *Tout se joue avant six ans*. Le titre laisse entendre un déterministe prédictif : l'être humain serait déterminé par sa prime enfance. On est proche d'un modèle différentiel, auquel l'auteur ne fait pas référence. On pourrait, se référant à Newton et à Laplace, reformuler ce titre de la manière suivante : « connaissant les conditions initiales - à savoir l'état de l'enfant à six ans, on peut prévoir son avenir en résolvant les équations différentielles données par le Docteur Dodson ». Les ouvrages ou revues « grand public » regorgent d'affirmations disant que telle situation ou événement à une période donnée de la vie entraînera plus tard, telle catastrophe ou - plus rarement - tel succès. L'ouvrage récent de Gérard Neyrand en fait une analyse fort pertinente.¹⁰

⁶ *Essai philosophique sur le calcul des probabilités*. Cité par A. Dahan Dalmenico p. 372, in *Chaos et déterminisme*. (sous la direction de) A. Dahan Dalmenico, J L Chabert, K Chemla, Seuil 1992.

⁷ Laplace répondait positivement à la question métaphysique « l'univers est-il écrit en langage mathématique » Voir à ce sujet *La mathématisation du réel* Giorgio Israel, Seuil, 1996.

⁸ Karl Popper, *L'Univers irrésolu*, Hermann, 1984, p. 9.

⁹ Giorgio Israel, « Causalisme et déterminisme scientifique » in *Chaos et déterminisme*

¹⁰ Neyrand Gérard, *L'enfant, la mère et la question du père*. Paris, PUF, 2000

L'ennui est que tous les modèles prédictifs en sciences humaines ont ceci en commun : il est en général facile de trouver des contre exemples. On trouve des individus qui satisfont, à six ans, ou à un autre âge, toutes les conditions « théoriques » pour être délinquants et sont d'honnêtes citoyens. Ceci n'intrigue pas les auteurs des modèles qui s'en tirent éventuellement en invoquant que « c'est l'exception qui confirme la règle ». Or le fameux proverbe fait référence au sens commun : aucune règle de vie courante n'est absolue ; il est, à l'opposé, un contresens mathématique : la présence d'une seule exception suffit à rendre un théorème faux. On ne peut donc pas utiliser un vocabulaire mathématique, de type « Tout se joue... » s'il y a des exception nombreuses (ou même une seule). Il serait plus juste de dire « les six premières années sont très importantes pour la vie future ». mais ce serait moins accrocheur que de faire croire que l'on sait prédire, comme on le fait en mécanique rationnelle, la vie d'un adulte en fonction de sa prime enfance.

Concernant l'échec scolaire, les travaux de l'équipe de Paris VIII ont montré que les conditions sociales caractéristiques du succès ou de l'échec comptaient des exceptions marquantes.¹¹ Ils montrent ainsi qu'il n'y a pas de déterminisme social – même s'il y a une influence du milieu social - de même qu'il n'en existe pas de psychologique. Les sciences humaines ne sont pas des sciences prédictives comme la mécanique céleste, la balistique, ou la thermodynamique.

2. Modèles probabilistes.

Le calcul des probabilités - destiné au début aux jeux de hasard - a évolué, pour s'intéresser à des phénomènes aléatoires plus vastes qu'un jeu de cartes ou de dés. Il s'est mathématisé, utilisant divers outils à sa disposition, dont le calcul différentiel. C'est en 1933 que Kolmogorov lui donna les bases axiomatiques qui le sortit du flou intuitif où il se trouvait encore partiellement et le hissa au rang de théorie mathématique à part entière. La problématique est comparable à celle énoncée dans le paragraphe précédent : à partir d'une situation initiale, déterminer la probabilité des diverses évolutions possibles. Il s'agit, aussi d'un projet prédictif, dans lequel la prédiction porte non pas sur une position exacte, mais sur une probabilité. Dans le calcul des probabilités se mêlent le déterminisme et le hasard. Tirez cinq cartes dans un paquet de trente-deux ; la probabilité d'obtenir une paire ou un carré est calculée de manière exacte, mais il n'est pas possible de savoir quelles cartes vont être tirées.

Une des réalisations les plus utiles du calcul des probabilités est ce qu'on appelle, sous sa forme générale, la loi des grands nombres. Donnons d'abord des exemples simples. Jouons au jeu de pile ou face, avec une pièce non truquée ; si c'est face, je gagne un Euro et si c'est pile, je perds la même somme. Le bon sens indique que, si l'on joue un grand nombre de parties, le gain de chaque joueur va être proche de zéro. Mathématiquement, ceci se traduit par un théorème de Bernouilli, qui est un cas particulier de ce que l'on appelle la loi faible¹² des grands nombres : le gain algébrique de chaque joueur converge en probabilité vers la constante égale à zéro, lorsque le nombre de parties tend vers l'infini. Le jeu est à somme nulle. C'est une certitude mathématique. Si l'on joue à la roulette au casino, en misant toujours la même somme sur un nombre, la probabilité de gain est $1/36$, car il y a 36 cases, de 0 à 35, dont la probabilité d'occurrence est égale, si la roulette a été bien faite et le croupier honnête. Or - c'est la règle - le gain, lorsque l'on gagne, est de 35 fois la mise. On a donc, sur

¹¹ Charlot, Bernard, Bautier, Elisabeth, Rocheix, Jean-Yves, *Ecole et savoir dans les banlieues... et ailleurs*. Paris, Armand Colin, 1992.

¹² La loi forte donne des indications sur la convergence presque sûre. N'entrons pas dans les détails mathématiques. Pour en savoir plus, voir par exemple *Notions fondamentales de la théorie des probabilités*. M. Métivier, Paris, Dunod, 1968.

un grand nombre de parties plus de chance (ou de malchance) de perdre que de gagner. Le jeu est à somme négative pour le joueur, positive pour le casino ; c'est pour cela que les casinos, qui ne sont pas des entreprises philanthropiques, gagnent de l'argent. Le joueur ne peut pas prévoir ce qu'il va gagner, mais le casino peut, lui, parfaitement connaître ses gains sur une période suffisamment longue, et un grand nombre de joueurs, et ainsi gérer sa trésorerie.

2.1. Prédicibilité probabiliste.

Divers phénomènes probabilistes dépendant d'un paramètre qui est un nombre entier, ont un comportement asymptotique lorsque l'entier en question devient de plus en plus grand. Ces phénomènes sont rassemblés sous le nom de loi des grands nombres. Il est un domaine où cette loi est particulièrement intéressante, c'est l'assurance, que l'on peut d'ailleurs considérer comme un jeu de hasard. L'actuariat, métier qui consiste à faire les calculs pour les sociétés d'assurance, est né de l'assurance vie. Lorsqu'une société d'assurance fait payer une prime à son client pour verser une importante somme d'argent à ses héritiers en cas de décès, elle doit calculer la probabilité de décès de cette personne, le plus précisément possible. Cette précision sera d'autant meilleure que le nombre de personnes concernées sera grand. C'est la raison pour laquelle les sociétés d'assurances grossissent et se regroupent pour se réassurer entre elles.

L'utilisation de tels modèles est pertinente en assurance ; la prédicibilité probabiliste du risque permet de la calculer et de mieux le répartir, apportant plus de sérénité à chacun. De même est-il possible d'utiliser des modèles de prédicibilité probabiliste pour gérer un approvisionnement commercial. Dans l'un et l'autre cas, les individus n'ont d'importance qu'en tant qu'éléments du tout.

Il n'en est pas de même lorsque les individus sont appréhendés dans leur singularité personnelle ; la prédicibilité probabiliste n'ayant alors pas de sens. Par exemple, une mauvaise utilisation du même outil probabiliste serait de prendre, des décisions médicales en fonction de tels calculs : on ne soignerait les gens que si leur probabilité de survie est supérieure à un seuil donné. Le rapport à la mort n'est pas de nature probabiliste. Si un décès n'est qu'un élément impersonnel sur les tables de l'actuaire, il n'en est pas de même pour le médecin qui soigne son malade, et surtout pour le malade lui-même.

Sur le registre juridique, on retrouve la même différence. Il serait impensable, dans une affaire judiciaire, de condamner un suspect parce que ses caractéristiques sociales le placent dans une catégorie où les délinquants sont nettement plus nombreux que la moyenne, ou parce que son enfance le prédisposait à devenir délinquant. La justice ne peut être rendue en probabilité. Le principe, entre autre, de la présomption d'innocence implique que l'on privilégie la possibilité de laisser courir un coupable par rapport à celle de condamner un innocent ; on n'optimise donc pas la probabilité d'erreur, puisqu'on accepte des faux négatifs, en visant l'absence de faux positifs. Il n'en va pas toujours de même dans les affaires civiles familiales ; nous avons eu l'occasion de montrer que lors attributions de ce que l'on appelait la « garde » des enfants après séparation des parents, les décisions privilégiant les mères étaient souvent prises eu égard à leur « probabilité » supérieure d'être le meilleur parent : si l'on prend, au hasard, une mère et un père, on a plus de chance de trouver le meilleur parent avec la mère. Mais, en prenant de telles décisions probabilistes, on crée un cercle d'implication, où la conséquence

influe sur la cause : en donnant priorité à la mère, on augmente le nombre de « bonnes » mères, et ainsi la probabilité précédente, et ainsi de suite.¹³

Les sociologues utilisent fréquemment les lois des grands nombres, ce qui leur permet de donner des règles générales de dynamique des sociétés. L'homogamie en est un bon exemple : l'étude de grands nombres de couples permet de définir une probabilité prédictive : un enfant à une grande probabilité de se marier, plus âgé, avec un conjoint qui lui est proche géographiquement et socialement. Mais la prédiction s'arrête ici ; elle ne permet pas de prédire le futur d'une personne donnée, car le futur en question dépend de beaucoup d'autres paramètres que les paramètres sociaux.

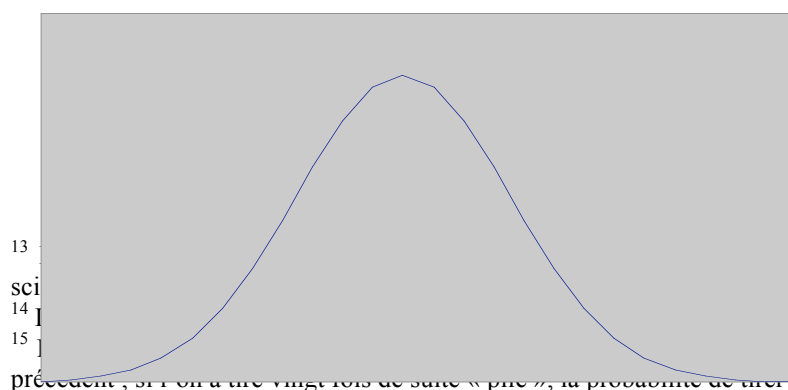
2.2. Corrélation et causalité

Ceci amène à préciser la différence entre corrélation et causalité. Le calcul des probabilités donne un sens précis à la notion de corrélation : un coefficient de corrélation entre deux variables aléatoires, qui est un nombre réel entre -1 et +1. Lorsque ce coefficient est +/-1, on dira que les variables sont corrélées (positivement ou négativement), lorsqu'il est nul, que les variables sont non corrélées (mais pas forcément indépendantes). D'une manière plus générale, l'analyse des données fournit, pour un ensemble de mesures dépendant de plusieurs variables, des caractéristiques quantitatives caractérisant le « nuage de points » représentant ces mesures. Ces caractéristiques mathématiques précises sont d'une grande utilité. Elles peuvent suffire à un assureur. Elles ont une valeur heuristique pour le chercheur en écologie ou en sciences sociales. Elles permettent de mettre en lumière la présence concomitante de deux phénomènes. Si, par exemple, il y a une forte corrélation entre certaines caractéristiques familiales et une perturbation de la cognition ou du comportement chez les enfants d'une certaine classe d'âge, cela donnera des pistes de traitement de la perturbation en question. Mais cela ne permettra pas de dire que le petit Toto, dont la famille possède précisément ces caractéristiques est en échec scolaire, à cause de cela. Une corrélation entre deux variables, n'est pas une preuve que l'une d'elle est la cause de l'autre

2.3. Courbe de Gauss et théorème central-limite.

Un des résultats les plus spectaculaires de la loi des grands nombres est le théorème central limite, dont la première démonstration est due à Laplace lui-même¹⁴. Il dit que la moyenne (normalisée) d'un grand nombre de phénomènes aléatoires de même nature et indépendants les uns des autres tend vers une loi de probabilité de Gauss, représentée géométriquement par la fameuse courbe en cloche ci-après. Cela signifie, en raccourci, que, pour un nombre suffisamment grand de phénomènes, la courbe en cloche est une bonne approximation de la somme de ces phénomènes. Ce puissant théorème a des conséquences nombreuses. Son utilité pour les instituts de sondages n'est plus à prouver. Mais il exige des conditions précises d'applications, en particulier l'indépendance des variables intervenant dans la somme. Cette

indépendance se définit mathématiquement d'une manière précise, qui signifie, en gros, que les résultats de chaque variables n'influe pas sur autres.¹⁵



pos (Coll Exploration interculturelle et

ya (1887 – 1985)

pièce ne dépend pas du résultat du jet

Tout critère d'un individu, membre d'une grande population n'est pas gaussien. La répartition des notes d'un paquet de copies n'a pas de raison d'être gaussienne, sauf à penser que la note dépend d'un grand nombre de phénomènes aléatoires indépendants les uns des autres.

2.4. Statistique et calcul des probabilités.

Ces deux disciplines se complètent dans leur champ de travail. La statistique commence par une phase descriptive. Celle-ci consiste à noter, sur le terrain les diverses valeurs de variables à étudier et à numériser. Par exemple, on notera, pour une population d'élèves, des variables indiquant la réussite ou l'échec scolaire, ainsi que des variables familiales : catégorie socio-professionnelle des parents, niveau de vie, mode de vie (vivant ensemble, séparés). Ce recueil de données numériques donne lieu à des tableaux. Suit alors la phase d'inférence, qui va mettre en jeu le calcul des probabilités, formalisme mathématique choisi pour traiter l'ensemble des données. Celui-ci va fournir des résultats ; à l'heure actuelle, les traitements sont faits par ordinateur, à partir d'algorithmes assez fiables pour que l'on ne puisse pas remettre en doute la véracité de ces résultats. Plus exactement, les résultats correspondent aux conséquences mathématiques des données d'entrée. Mais l'exactitude mathématique du formalisme et des algorithmes ne garantit pas l'exactitude de saisie des données, et encore moins la pertinence des variables choisies pour étudier un phénomène.

La prédictibilité probabiliste n'est donc valable que si les variables ont été bien choisies et si la phase descriptive de la statistique a été bien menée. Or il arrive que la rigueur de la machinerie mathématique, renforcée éventuellement par la puissance quelque peu magique de l'ordinateur serve d'argument d'autorité pour affirmer la véracité de résultats reposant sur une collecte douteuse des données.

3. Modèles chaotiques.

Le calcul différentiel est né d'un désir de prédiction. Pierre-Simon de Laplace voyait en lui un moyen de prédire le monde : il suffirait d'en connaître les équations et, à partir des conditions initiales, prévoir son évolution dans le temps. Cette pensée philosophique a influencé la science, et toute la société. Et récemment, dans divers domaines de la science, des savants ont été confrontés à des phénomènes bizarres, qui donnaient naissance aux modèles chaotiques, à la théorie du chaos.¹⁶ Il s'agit de phénomènes pour lesquels une prédictibilité, même probabiliste, semble impossible, tant il peut y avoir des évolutions différentes, à partir d'états initiaux très voisins. Une cause apparemment insignifiante peut avoir des conséquences invraisemblables ; c'est le fameux « effet papillon » : un mouvement d'aile de papillon à Paris peut modifier le climat de New York.

Comment définir un comportement chaotique ? Il y a plusieurs manières. Nous reprendrons, avec une modification, la définition donnée par le mathématicien Adrien Douadi¹⁷. Un système est chaotique si, à partir de l'instant initial :

- Une faible variation des conditions initiales peut entraîner une forte variation de la trajectoire
- Toutes les trajectoires possibles peuvent être atteintes (ou approchée de près) en faisant varier très peu les conditions initiales.

Autrement dit, s'il peut y avoir prédictibilité mathématique (il y a un théorème d'existence des solutions des équations différentielles) la prédictibilité physique est nulle (la dépendance

¹⁶ On trouvera une bonne approche dans Gleick James, *La théorie du chaos*, Paris 1989

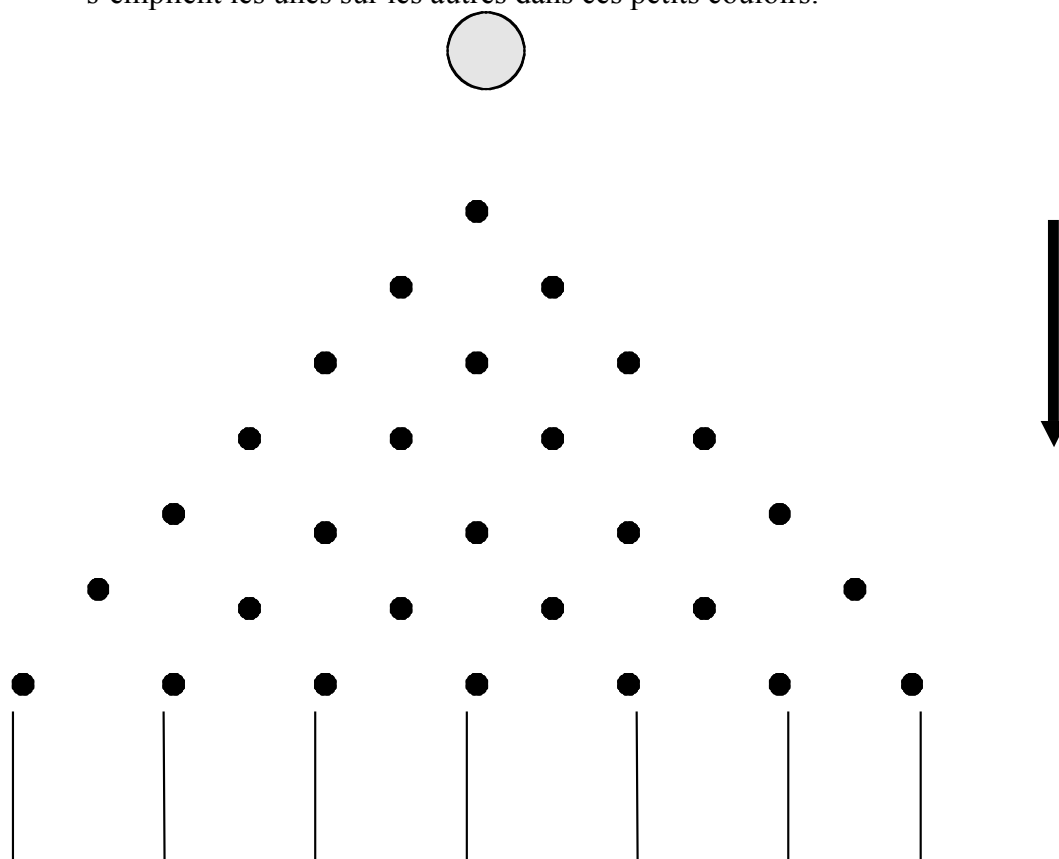
¹⁷ Adrien Douadi, « déterminisme et indéterminisme dans un modèle mathématique », in *Chaos et déterminisme*, op. cit. , p.17.

des conditions initiales est trop grande pour la précision des mesures). Le formalisme mathématique peut affirmer l'existence d'une relation certaine entre les conditions initiales et les résultats, mais ne donne pas de méthode fiable pour exprimer cette relation ; il ne peut même pas affirmer qu'une telle méthode soit possible dans un temps fini avec les moyens dont dispose un être humain. La possibilité de prévoir est théorique, mais n'a aucune application pratique.

3.1. La planche de Galton¹⁸.

Il s'agit d'une planche en bois, inclinée à 45°, sur laquelle on a planté des clous.

- En haut, il y a un seul clou. En dessous, il y a deux clous, décalés de part et d'autre du premier ; à l'étage au-dessous, trois clous décalés, de manière à ce que celui du milieu soit exactement au-dessous du premier clou. Et ainsi de suite sur une dizaine de rangées.
- En haut de la planche, il y a un petit conduit qui permet de faire tomber une bille exactement sur le premier clou. Le diamètre de la bille est de la largeur de l'espacement des clous pour les rangées n° 2 et suivante. Il y a donc au total, $n(n-1)$ clous, pour n rangées.
- En bas, en dessous des espaces de sortie, il y a des petits couloirs permettant de recueillir la bille qui vient de descendre en se cognant aux divers clous. Les billes s'empilent les unes sur les autres dans ces petits couloirs.



On laisse tomber, dans le conduit du haut, des billes les unes après les autres. Elles vont donc rouler vers le bas, à cause de l'inclinaison. Chacune percute le premier clou, et continue, soit à gauche, soit à droite, en direction de la deuxième ligne. La probabilité qu'elle aille à gauche (ou à droite) est de $\frac{1}{2}$. Lorsque la bille arrive sur la deuxième ligne, elle percute un autre clou et la même alternative se produit : à gauche ou à droite avec la probabilité $\frac{1}{2}$ à chaque fois.

¹⁸ Du nom de son inventeur, l'anthropologue Francis Galton, 1822 - 1911, connu également pour ses travaux probabilistes, et qui était, en outre, le cousin de Charles Darwin.

Lorsqu'elle arrive en bas, la bille s'engage dans un des couloirs, au début, ou sur celle qui la précédée. Que se passe-t-il au bout d'un grand nombre de lancers de billes ?

La place de la bille dépend du nombre de fois où elle est passé à gauche (ou à droite). Il est clair que chaque choc est indépendant du précédent. La loi de probabilité régissant le numéro du couloir est donc la somme de variables indépendantes ayant toutes la même loi de probabilité. D'après le théorème central limite, c'est une loi de Gauss (ou plutôt elle tend asymptotiquement vers une loi de Gauss). Expérimentalement, on constate effectivement ce phénomène, à condition que les clous soient très minces et plantés exactement au milieu des interstices formés par les clous du niveau au-dessus. Le dessin formé par l'empilement des billes est une courbe de Gauss.

Que tirer de ce jeu amusant ?

1. Le trajet d'une bille est chaotique. En effet, si le mouvement de la bille entre deux clous est régi par la simple loi de la gravité, son destin après chaque choc est imprévisible, à l'échelle visuelle. Lorsqu'une bille est lâchée, il est impossible de prévoir dans quel couloir elle va se retrouver. L'équation différentielle de son mouvement a des solutions trop dépendantes des conditions initiales. Par contre, il est possible de donner, de manière sûre, la probabilité pour qu'elle aille dans chaque couloir. Il y a donc déterminisme probabiliste.
2. Le sort d'un sac de billes toutes identiques est, lui, parfaitement prévisible, puisqu'il se répartira selon une courbe en cloche, avec une probabilité voisine de 1 si le sac a suffisamment de billes. Le résultat est prédictible pour un sac, alors qu'il est chaotique pour une bille.

Je vais m'inspirer de cet exemple pour énoncer des idées sur les modèles à utiliser en sciences humaines, et en particulier en ce qui concerne la famille.¹⁹

3.2 Prudence par rapport aux modèles

La théorie du Chaos a déclenché un effet de « mode » : sans précautions, certains ont cru voir en elle une négation de la validité d'autres acquis scientifiques et ont pu pouvoir l'utiliser pour argumenter n'importe quoi. Le physicien Sokal²⁰ a dénoncé ces abus. Le canular qu'il monta à propos de l'utilisation abusive de références aux sciences « dures » dans les sciences humaines a donné lieu à une importante polémique dans laquelle nous n'entrerons pas. Chercher la panacée dans la théorie du chaos serait tomber dans l'erreur contre laquelle cet article prétend mettre en garde. Les références faites à la planche de Galton ne sont que métaphoriques, elles peuvent avoir une valeur inductive, mais elles ne peuvent en aucun cas être des preuves ou même des éléments d'étayage. Gardons-nous de deux excès : le premier, scientifique, consistant à n'admettre comme savoir acceptable que ce qui repose sur des démonstrations irréfutables (autrement dit sur un formalisme mathématique) ; le deuxième,

¹⁹ Je m'aperçois, en lisant *l'Univers irrésolu* de Karl Popper, que la planche de Galton est une généralisation de la lame de Landé, constituée en fait d'une planche à un seul clou. (p. 83) Popper utilise cet exemple dans son plaidoyer pour l'indéterminisme. Mais Popper ne pouvait, à son époque, faire référence aux modèles chaotiques qui étaient peu connus.

²⁰ Sokal a fait paraître dans la très sérieuse revue *Social Text* un article intitulé « Transgresser les frontières : pour une herméneutique transformative de la gravitation quantique. Puis il a révélé qu'il s'agissait d'un montage à partir de phrases empruntées à d'autres auteurs et que l'article lui-même n'avait aucun sens. Voir : Sokal Alan, Bricmont Jean *Impostures intellectuelles*, Paris, Odile Jacob, 1997.

relativiste, niant la possibilité d'un savoir universel, en affirmant au contraire sa totale relativité.

4. Quels modèles pour la famille?

Faut-il, pour étudier la famille, utiliser des modèles prédictifs de type différentiel, prédictifs probabilistes, ou chaotiques, ou d'autres ? Cela dépend de ce que l'on veut en faire, et du niveau auquel on se place. Soulignons que, s'il n'est évidemment pas nécessaire d'utiliser un modèle mathématique pour acquérir de la connaissance en sciences humaines, il est essentiel, si on en utilise un, de savoir pourquoi celui-ci en particulier et non un autre. Il est encore plus important de ne pas se laisser à penser que parce qu'on utilise un modèle, celui-ci garantit la véracité des résultats et que son exactitude rend son utilisation incontestable. Autrement dit, le fait que des statistiques sur telle population soient justes et émanent de données correctement recueillies n'autorise pas automatiquement à valider les conclusions qu'on en tire. De même la référence métaphorique à un modèle, comme la planche de Galton, ou la théorie des groupes ne permet pas de transférer l'autorité de la science exacte sur le phénomène étudié. Nous allons maintenant examiner des manières d'utiliser les divers modèles cités plus haut, puis reviendrons sur l'éthique de leur utilisation.

4.1. Modèles différentiels pour les grandes tendances à variation lisse

La démographie est la discipline par excellence de la prédiction. L'étude de l'évolution des populations permet de dégager les grandes tendances et de « prévoir » leur devenir, avec une marge d'erreur faible. Géométriquement, cela revient à extrapoler une courbe lorsqu'on en connaît une partie, si cette courbe est suffisamment lisse (c'est-à-dire représentée analytiquement par une fonction différentiable) et n'ayant pas dans sa partie connue des variations de courbure trop brusques. Le travail de prédiction consiste alors à chercher les paramètres de la courbe, ou d'une bonne approximation de celle-ci, et de la compléter.

De telles modélisations sont particulièrement intéressantes et utiles pour un planificateur, que ce soit un décideur politique voulant définir une politique familiale à long terme ou un économiste désirant prévoir l'évolution du marché que représentent les familles. Si une courbe d'évolution ne présente pas une forme assez « lisse », il conviendra de ne pas faire trop confiance à ces extrapolations. Donnons deux exemples : l'évolution de la longévité et de la natalité.

Qu'il soit nataliste ou non, un gouvernement doit avoir une idée sur l'évolution de la population de son pays et éventuellement agir dessus. Pour cela, les courbes lisses d'évolution sont suffisamment fiables pour que l'on ait une bonne idée sur ce qui va se passer - sauf intervention - dans les proches années. Il s'agit d'indicateurs qui peuvent être alarmistes ou réconfortant, cela dépend de l'interprétation que l'on en fait et de la volonté politique et morale que l'on développe ; mais c'est une autre histoire.

L'allongement de la durée de la vie moyenne est un fait : les démographes peuvent, à l'aide de modèles prédictifs, être précis sur le nombre de nonagénaires qu'il y aura en l'an 2010. Compte tenu de la diminution de la natalité, cela veut dire que la population va vieillir mais pas nécessairement diminuer globalement ; la comparaison des deux phénomènes permettra de conclure. Par ailleurs, on peut aussi prévoir l'augmentation de l'âge actif : les Français vieillissent en nombre d'années mais pas en activité et santé. L'abaissement de l'âge de la retraite, amorcé depuis quelques années et réclamée par des salariés va donc poser des

problèmes, pour lesquels les études démographiques seront fort utiles et les modèles prédictifs fondés sur le calcul différentiel très pertinents. Les modèles utilisés en dynamique des populations servent aussi en épidémiologie, et interviennent donc dans la prévention des maladies, en particulier infantiles.²¹

4.2. Modèles probabilistes pour la prédiction globale à moyen terme.

Laissons le planificateur national, leader politique ou consultant économiste, et voyons le gestionnaire d'une compagnie d'assurance, ou d'une caisse de retraite. Celui-ci a besoin bien sûr de connaître les tendances à long terme ; mais il lui faut aussi avoir des prédictions probabilistes précises, en fonction de divers paramètres concernant la personne (par exemple le sexe, la catégorie sociale, l'état de santé,...). C'est à partir de ces prédictions qu'il va pouvoir calculer le prix de l'assurance vie, ou les prestations nécessaires pour assurer une retraite convenable, sans mettre l'état, ou la caisse de retraite en déficit.

Les modèles probabilistes peuvent aussi être utiles dans le domaine commercial, pour planifier l'alimentation d'un magasin de jouet, ou d'une pharmacie. En matière de médecine prédictive, ils peuvent permettre de mieux cibler une campagne de prévention, ou une information sur les habitudes alimentaires et leurs conséquences. La liste de leur utilité en sciences humaines, et en particulier dans les études sur la famille, est longue. Pour ces modèles, la présence d'un petit nombre d'exceptions ne pose pas problème. Ils sont pertinents tant qu'on les utilise pour prévoir le comportement des masses, mais il faut les utiliser avec précaution, en ce qui concerne les individus. Dire qu'un enfant de famille éclatée a une plus grande probabilité de devenir délinquant qu'un enfant de famille unie est intéressant pour organiser le soutien de tels enfants, pas pour dire ce que va devenir tel enfant dans cette situation. Au contraire, cela peut avoir une incidence négative sur son devenir si cela le fige dans une destinée à problème, alors qu'il a peut-être les moyens de s'en sortir très bien. La connaissance d'une prédiction peut avoir une influence sur cette prédiction elle-même par l'effet de suggestion ou d'autosuggestion. Le fait est connu, y compris en médecine, ce qui est une difficulté de la médecine prédictive.

4.3. Autres modèles pour l'étude des individus et des mutations.

La vie est une succession de périodes tranquilles et de crises, et les crises participent complètement à la vie psychique dont elles sont sans doute une nécessité. *Peut être est-ce parce qu'il est animal critique que l'homme est animal psychique et animal politique, qu'il doit gérer créativement les institutions de la crise. L'homme se spécifie par la crise et par sa précaire et infinie résolution* ²². De même que la bille roulant sur la planche de Galton va en ligne droite et modifie sa trajectoire en rencontrant les clous, de même les humains vont-ils dans une certaine direction, poussés par des déterminismes, mais, se heurtant à des obstacles, les contournent d'une manière ou d'une autre. C'est ce qui fait que des trajectoires, qui avaient commencé identiques peuvent s'écarter et devenir finalement complètement différentes. Il s'agit donc de trajectoires chaotiques : les crises, dont certaines sont difficilement prévisibles (un accident de voiture !) sont traitées de manières différentes par les divers êtres humains. Une infime variation dans la manière d'aborder et de sortir d'une telle crise peut être déterminante pour l'avenir et conduire à des trajectoires complètement différentes.

²¹ Les premiers modèles sophistiqués de dynamique des populations ont été mis en œuvre pour les populations animales, notamment pour l'équilibre prédateurs - proies. Le grand mathématicien italien Vito Volterra a pour l'occasion inventé les équations intégro-différentielles. (voir Israel, *La mathématisation du réel*, op. cit)

²² Kaës in *Crise, Rupture et Dépassement*, Kaës, R. et coll, Paris, Dunod, 1979

Est-ce à dire qu'aucune prédiction n'est possible, que la connaissance de probabilités qui nous sont attachées est inutile ? Pas du tout. La connaissance des déterminismes auxquels il est soumis, et les probabilités d'occurrence de certains événements ou accidents permettent à l'être humain de mener sa trajectoire chaotique et de réagir avec son propre degré de liberté aux obstacles situés sur sa route. C'est dans la réaction qu'il manifeste sa volonté, ses éventuels choix, et qu'il se différencie de la bille sur la planche de Galton. Ses connaissances peuvent lui permettre d'influer sur la conduite de sa trajectoire, et il progresse souvent de manière cybernétique, en modifiant ses réactions en fonction des informations que ses actions lui procurent. Il fonctionne ainsi par la méthode des essais - erreurs. Il peut aussi utiliser les connaissances qui lui sont transmises par d'autres, ou bien ses propres raisonnements, lui permettant une certaine prédiction.

Pour étudier les comportements et ces conduites individuelles, on aura recours à des méthodes centrées sur l'individu, méthodes d'observation ou d'enquête participante, afin de comprendre la manière dont les personnes résolvent individuellement les problèmes que la vie leur pose. Cela veut dire que l'on étudiera la subjectivité, en postulant qu'elle existe, donc que les individus ne sont pas gouvernés par les seuls déterminismes, qu'ils soient sociaux, ou génétique (ou astrologique, numérologique, mystique,...) qu'ils ne sont pas seulement des éléments d'une réalité objective dans laquelle ils sont inclus et qui leur échappe, qu'au contraire ce sont eux qui, par leurs actions sur l'environnement social, contribuent à fabriquer les réalités sociales.

On se retrouve ici dans l'opposition entre subjectivisme et objectivisme, et leur conception radicalement différente sur le rôle des acteurs sociaux dans la fabrication des institutions. *Le premier définira l'institution comme une forme sociale définie en dehors des acteurs, comme un ensemble de normes s'imposant à eux ; l'autre inversera le rapport que les membres entretiennent avec leurs institutions, qu'ils contribuent au contraire à fabriquer dans un bricolage institutionnel permanent.*²³ L'ethnométhodologie, prend le parti d'étudier comment les acteurs sociaux inventent des méthodes singulières pour résoudre les problèmes qu'ils rencontrent.

Il n'y a pas d'antagonisme conceptuel entre l'utilisation de modèles déterministes et celle d'autres modèles. Au contraire, ils sont complémentaires. Tout dépend à quel niveau on se place. Reprenons une nouvelle fois l'analogie avec la planche de Galton. Supposons les billes intelligentes et dotées d'une volonté lorsqu'elles abordent un clou. Une analyse très fine de leur trajectoire (à la caméra vidéo par exemple) va permettre de comprendre leurs réactions, la manière dont elles s'y prennent pour aller à gauche ou à droite. Une bille savante aura plus de capacité de se diriger qu'une autre et la connaissance du mécanisme de contournement des clous lui permettra de mieux se diriger. Mais elle ira toujours vers le bas. D'autre part, si les billes ne se consultent pas et ne décident pas d'une politique commune, leurs comportements resteront indépendants. Le théorème central limite s'appliquera encore et la courbe décrite par les tuyaux du bas sera encore une courbe en cloche de Gauss. Il n'y aura ainsi pas d'opposition entre le déterminisme objectif du sac de billes et la trajectoire subjective de chaque bille. L'étude du devenir du sac ne permettra pas de déduire celui des billes.

4.4. La famille dans la turbulence.

Divers indicateurs montrent que la famille n'est pas actuellement dans une période lisse ou la prédictibilité est grande : augmentation du nombre des séparations, nouvelles configurations

²³ Coulon Alain *L'ethnométhodologie*, Paris, PUF Que sais-je ? 1987 (réédition 96), p. 52.

familiales, perte de l'autorité paternelle, modification des rôles parentaux, questionnements sur l'assistance médicale à la procréation, sur l'adoption, sur l'homoparentalité. Il me semble donc peu pertinent d'utiliser des modèles déterministes pour prévoir ce que va devenir la famille. Il serait même dangereux de trop vouloir faire entrer son avenir dans le modèle dominant actuel, de vouloir ramener la famille au schéma d'un homme, une femme et des enfants.²⁴ Ce qui se passe actuellement n'est sans doute pas seulement un passage de déstabilisation qui laisse annoncer un retour à la « norme » familiale conjugale. Notre hypothèse (non démontrable actuellement) est plutôt que la famille entre dans une zone de turbulences pour laquelle les modèles déterministes sont peu pertinents. Il peut en sortir soit une nouvelle stabilité unique, soit plusieurs nouveaux modes de vie familiale. Il y a donc tout intérêt à étudier les formes nouvelles de famille, non comme des anomalies, des déviances à la norme, mais des nouveautés qui deviendront peut-être demain des nouvelles normes, partielles ou générales.

Pour illustrer ce propos, examinons certains aspects du divorce, auquel nous avons consacré plusieurs recherches²⁵. Les études statistiques sur le développement du divorce sont intéressantes et indispensables ; elles montrent l'importance explosive du phénomène, et permettent de numériser un certain nombre de caractéristiques, en particulier la prédominance féminine croissante dans l'initiative des séparations. Elles sont utiles pour les modifications des lois sur le divorce. Les brusques fluctuations des courbes d'évolution les rendent peu fiables pour prédire le nombre de divorces. En effet, une extrapolation brutale reviendrait à prévoir que, d'ici peu, tous les couples mariés divorceront.

Y a-t-il possibilité, et intérêt, à utiliser une prédiction probabiliste, reposant sur des critères sociaux ou individuels (par exemple, les enfants de divorcés divorcent plus) ? Oui si l'on veut créer une « assurance divorce ». Peut-être si l'on considère le divorce comme une maladie et que l'on veut identifier les « facteurs de risque » et s'attaquer en priorité à ceux-ci pour assurer une prévention. Il est alors intéressant de détecter les configurations, portant sur la personnalité des deux époux, qui aboutiraient à un plus grand nombre de séparation. On pourra ainsi détecter des causes structurelles ayant une forte probabilité de conduire à un divorce. L'application pragmatique est à plusieurs niveaux. D'abord dans l'éventuel renoncement à une union qui présente une trop grande fragilité ; ensuite dans la vigilance accrue si l'on veut que l'union, déjà contractée, dure ; enfin dans l'acceptation de la séparation comme une solution, en cas de difficulté.

Compte tenu du grand nombre de causes structurelles possibles et, plus encore, de causes conjoncturelles, le divorce, au niveau individuel, nous semble surtout un phénomène chaotique, qu'il faut étudier avec des méthodes centrées sur l'individu si l'on veut en comprendre la complexité. Les couples mariés ou en union libre avancent dans la vie comme les billes sur la planche de Galton. Ils sont, dans l'ensemble, mus par une force de continuité : ils cherchent à durer longtemps, et si possible toute la vie. Cette force est comparable à la force gravitationnelle ; elle est créée et entretenue par diverses causes, sociales, environnementales, affectives ; la stabilité du couple parental de chacun des époux est une de ces causes. D'autres facteurs comme les représentations sociales, la présence d'enfants, la qualité de la relation sexuelle, de la relation affective, des conditions matérielles, contribuent

²⁴ C'est ce que dénonce Irène Théry dans *Le Démariage*, Paris, Odile Jacob, 1993

²⁵ *Gradient de paternité et stratégies d'adaptation du père divorcé -Recherche-action ethnométhodologique*, La revue internationale de l'éducation familiale, 1998 (vol II), 2, pp.25-38.
Organisation parentale et persistance du lien conjugal, recherche ethnométhodologique avec des divorcés Dialogue. (à paraître).

à l'alimentation de la force de stabilité, faisant que la majorité des couples durent (pas toujours heureux !).

Mais il est évident que les causes conjoncturelles revêtent une importance immense dans la dissolution des couples. Celles-ci ne sont, par définition, pas prévisibles. La violence de certaines causes – par exemple le chômage, un accident, la rencontre d'un tiers - peut faire éclater le couple malgré un gradient de continuité fort, de même qu'une cause conjoncturelle légère entraînera la séparation d'un couple structurellement instable. Tous les cas de figure se rencontrent. C'est pour cela que nous avons privilégié, dans nos études sur le divorce, les recherches actions phénoménologiques, qui permettent de voir la diversité des situations, et de comprendre le mécanisme de la séparation.

4.5. Questions d'éthique

Pour terminer, il nous semble important d'examiner la question de l'éthique. L'utilisation de tel ou tel modèle pour une recherche dépend en effet non seulement de la pertinence dudit modèle mais encore du contexte dans lequel la recherche sera utilisée ainsi que des intentions de son auteur. Gérard Neyrand²⁶ exprime bien l'influence que les travaux scientifiques ont sur les décisions politiques, mais aussi sur la vie de tous les jours des familles. Or ce ne sont pas les mêmes arguments qui servent dans les deux cas. Le politique, le juriste, le gestionnaire doivent avoir des données globales et ne peuvent se préoccuper de chaque cas particulier. Leurs nécessités de planification les obligent à utiliser des recherches ayant un minimum de prédictibilité, déterministe ou probabiliste. Le père et la mère de famille n'ont pas le même souci ; s'ils n'ont qu'un enfant, ils ne peuvent utiliser, pour l'élever, des recherches portant sur la dynamique des populations. Le travailleur social, le thérapeute, le juge, sont à la frontière des deux attitudes : ils sont garants d'un certain ordre social, mais ont affaire à des individus et doivent être attentifs à leur singularité.

Il est donc essentiel, et, à notre avis, du devoir du chercheur, de préciser la cible de la recherche qu'il mène, et de justifier ainsi l'utilisation de modèles. Répétons-le, les extrapolations de courbes de tendance ont une valeur prédictive du plus haut intérêt dans une perspective historique, politique et socio-économique ; elles sont indispensables au législateur, comme au gestionnaire. Mais leurs applications prescriptives pour l'éducation d'un enfant donné doivent être regardées avec les plus grandes précautions.

D'une manière générale, le chercheur qui produit un savoir ne peut ignorer les conséquences de ce savoir sur l'objet qu'il étudie. Il lui faut donc surveiller son langage. S'il utilise un modèle mathématique prédictif, il doit préciser à son lecteur (autre chercheur, autre professionnel ou profane) le sens et les limites de la prédictibilité, et ne pas confondre, ou laisser planer la confusion, entre une prédiction par extrapolation d'un modèle et l'affirmation d'un avenir inéluctable.

Le mélange des genres risque de conduire à la confusion entre norme sociale, norme statistique et normalité individuelle, de considérer comme « normal » ce qui est prédit par le modèle. Que signifie le double constat de l'augmentation des séparations parentales et le plus grand nombre de difficultés scolaires chez les enfants de parents séparés ? que la norme sociale du modèle familial autour du couple parental change rapidement, que, statistiquement, la grande majorité des enfants vit encore dans ce contexte et que les autres souffrent plus de difficultés scolaires que la majorité. Mais cela ne veut pas dire que les enfants de couples séparés sont « a-normaux » et encore moins que la séparation de leurs parents est la cause de

²⁶ *L'enfant, la mère et la question du père*, op cit.

leurs éventuelles difficultés. Ce constat peut aider le législateur à faire évoluer les lois, et le professeur à regarder le contexte familial lorsqu'un de ses élèves est en difficulté. Mais cela ne sert pas à grand chose pour les parents divorcés, qui ont comme objectif d'élever au mieux leur enfant, dans les conditions où ils sont, et non selon une norme statistique ; il leur est beaucoup plus utile de savoir que leurs enfants peuvent être très bien élevés et très heureux, et ne sont pas enfermés dans une fatalité implacable. Les recherches trop statistiques et à tendance prédictives risquent autant d'inquiéter, de culpabiliser de fataliser, que de prévenir les éventuels problèmes.

Pour faire, une dernière fois, référence à la métaphore de Galton, disons que le formalisme mathématique du théorème central limite est très performant pour celui qui regarde tomber les billes et qui sait, à l'avance, la forme qu'aura la courbe qu'elles dessinent, mais il est inutile aux deux billes qui se trouvent seules dans les « cornes » de la courbe et qui ont à gérer leur marginalité sans en être culpabilisées.

Bruno Décoret

Centre de Recherche Education et Formation

Dept Sciences de l'éducation

Université de Paris X